

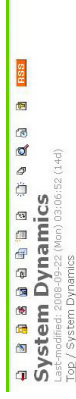
# システムダイナミクス

## 第1回 ガイダンス

教員室：  
総合研究棟N504

連絡先：  
jkoba@ces.kyutech.ac.jp

# システムダイナミクスホームページ



## System Dynamics

### 連絡先

- 出席のため、10月1日は休講します。

### 講義スケジュールと資料

- 10/8 インストラクショナル

- 講義資料

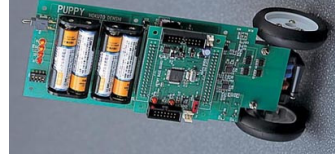
### リンク

- システムダイナミクス(開発制御部発行)

<http://maple.ces.kyutech.ac.jp/~jkoba/index.php?System%20Dynamics>

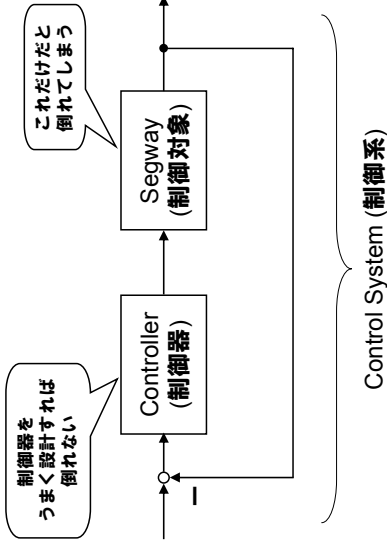
講義資料を  
ダウンロードできる

PUPPY



© (株) 北斗電子

# なぜ倒れないの？



2009/10/7

第1回 ガイダンス

5



© Segway Inc.

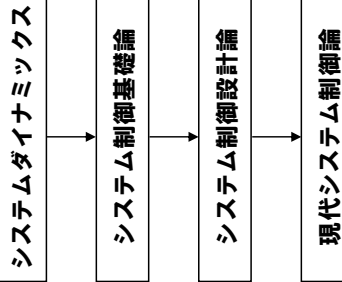
# 本日の授業内容

1. システムダイナミクスとは？
2. システムダイナミクスの学習目標
3. 講義スケジュール
4. 講義の進め方

2009/10/7

第1回 ガイダンス

7



2009/10/7

第1回 ガイダンス

7

6

第1回 ガイダンス

2009/10/7

第1回 ガイダンス

8

## システムダイナミクスとは？

**ダイナミクス**を持つシステムの  
**モデリング**を扱う学問分野(？)

**ダイナミクス(dynamics)**を  
日本語に直すと**動特性**

その反対の**スタティクス(statics)**を  
日本語に直すと**静特性**



2009/10/7

第1回 ガイダンス

9

### 問題 1 :

A君は明日から海外旅行に行くので、5万円を  
持って、銀行へお金の両替に行きました。  
両替レートは、1ドル100円でした。  
A君は何ドル手に入れたでしょうか？

**答え：50000÷100=500ドル**

### 問題 2 :

A君は車を買うために毎月貯金しています。  
今月も3万円貯金しました。  
現在の貯金額はいくらでしょうか？

**答え：わからない。  
これまでいくら貯金してきたの？**

2009/10/7

第1回 ガイダンス

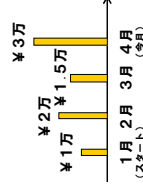
10

### 問題 1 :

A君は明日から海外旅行に行くので、5万円を  
持って、銀行へお金の両替に行きました。  
両替レートは、1ドル100円でした。  
A君は何ドル手に入れたでしょうか？

¥5万 → **両替レートで  
割る** → \$500

出力を求めるためには、  
現在の入力だけでなく、  
過去の入力も必要。



### 問題 2 :

A君は、車を買うために毎月貯金しています。  
今月も3万円貯金しました。  
現在の貯金額はいくらでしょうか？

出力を求めるためには、  
現在の入力だけでなく、  
過去の入力も必要。

2009/10/7

第1回 ガイダンス

11

2009/10/7

第1回 ガイダンス

12

## 動的システムと静的システム



### 静的システム：

時刻  $t$  における出力が、その時刻  $t$  の入力だけで決定されるシステム。

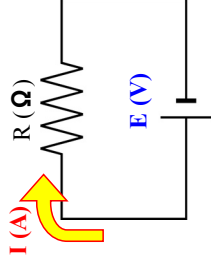
### 動的システム：

時刻  $t$  における出力が他の時刻  $\tau$  の入力にも依存するシステム。

これらの特性を

**スタティクス**（静特性）、**ダイナミクス**（動特性）と呼ぶ。

## 静的システムの例



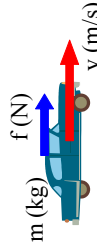
### オームの法則より

$$I = \frac{1}{R} E$$

**電流（出力）**が、**現在時刻の電圧（入力）**の値だけによって決まる。

このような入力と出力の関係を**静特性 (statics)**という。

## 動的システムの例



**入力：加速度**  $f$  (N)  
**出力：速度**  $v$  (m/s)  
**質量**  $m$  (kg)

(注) 摩擦、空気抵抗などは無視

### ニュートンの運動の法則

$$m \frac{dv}{dt} = f$$

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{m} \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau$$

**速度（出力）**が、**現在時刻の加速度（入力）**だけでなく、過去の値にも依存する。

このような入力と出力の関係を**動特性 (dynamics)**という。

## システムダイナミクスとは？

**ダイナミクス**を持つシステムの**モデリング**を扱う学問分野（？）

**ダイナミクス (dynamics)**を日本語に直すと**動特性**

その反対の**スタティクス (statics)**を日本語に直すと**静特性**



## 「モデリング」とは？

モデリングとは**モデル**を作ること

一般に**モデル**とは、「注目している対象物に生じるある現象をうまく説明するために導入された模型のようなもの」と定義されるが、制御工学では特に、**制御対象の入力から出力までの関係を記述した数式のことをモデルと呼んでいる。**

(大須賀公一、「制御工学」、共立出版、pp.13-14)



2009/10/7

第1回 ガイダンス

17

## 本日の授業内容

1. システムダイナミックスとは？
2. **システムダイナミックスの学習目標**
3. 講義スケジュール
4. 講義の進め方

2009/10/7

第1回 ガイダンス

18

## システムダイナミックスの学習目標

1. 動的システムの簡単な数学モデルを作れるようになる。
2. 数学モデルから、出力応答を計算したり、システムの特性を知ることができるようになる。
3. 制御理論を学ぶための基盤を作る。

2009/10/7

第1回 ガイダンス

19

## 1. 簡単な数学モデルを作る（モデリング）

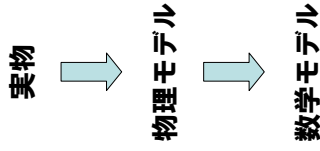
- 例1. 車のサスペンションのモデリング
- 例2. PUPPYのモデリング

2009/10/7

第1回 ガイダンス

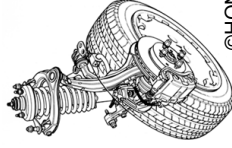
20

# モデリングのプロセス

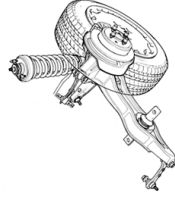


# 例1. 車のサスペンションのモデリング

サスペンションとは？  
 車輪に車体を載せ付ける装置。路面の凹凸を吸収し、  
 車体の安定性、乗り心地をよくする。懸架装置。  
 (広辞苑)



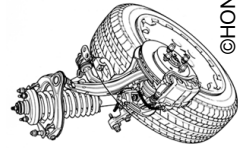
©HONDA



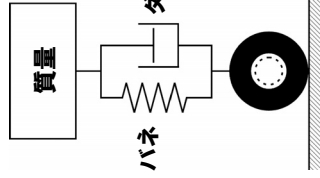
©HONDA

# 例1. 車のサスペンションのモデリング

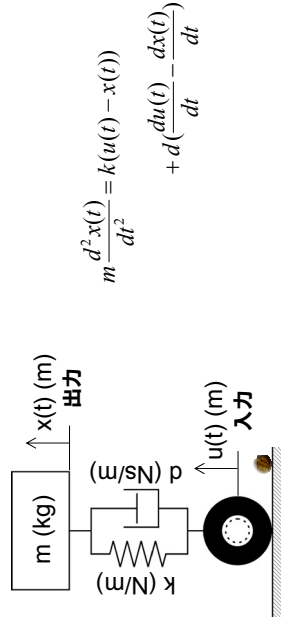
実物 → 物理モデル



©HONDA



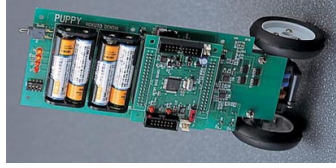
物理モデル → 数学モデル



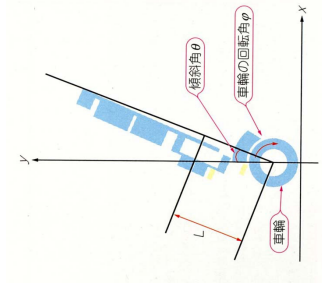
# 例1. 車のサスペンションのモデリング

## 例2. PUPPYのモデリング

実物



物理モデル



© (株) 北斗電子

2009/10/7

第1回 ガイダンス

25

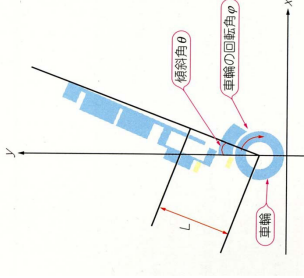
## 例2. PUPPYのモデリング

物理モデル



数学モデル

$$\begin{aligned} & a \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + (a + b \cos \theta(t)) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} \\ & - \left( \frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2 b \sin \theta(t) + D_\phi \frac{d\theta(t)}{dt} = \tau \\ & (a + b \cos \theta(t)) \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} \\ & + (a + 2b \cos \theta(t) + c) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} \\ & - \left( \frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2 b \sin \theta(t) - u \sin \theta(t) \\ & + D_\theta \frac{d\theta(t)}{dt} = 0 \end{aligned}$$



2009/10/7

第1回 ガイダンス

26

## システムダイナミックスの学習目標

1. 動的システムの簡単な数学モデルを作れるようになる。
2. 数学モデルから、出力応答を計算したり、システムの特性を知ることができるようになる。
3. 制御理論を学ぶための基盤を作る。

2009/10/7

第1回 ガイダンス

27

## 2. 数学モデルから、出力応答を計算したり、システムの特性を知る

A. 出力応答の計算

B. 特性を知る

2009/10/7

第1回 ガイダンス

28

## A. 出力応答の計算（微分方程式を解く）

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -kx(t) - d \frac{dx(t)}{dt}$$

(i)  $d^2 - 4mk > 0$

$$x(t) = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t)$$

$$\lambda_1 = (-d + \sqrt{d^2 - 4mk}) / 2, \quad \lambda_2 = (-d - \sqrt{d^2 - 4mk}) / 2$$

(ii)  $d^2 - 4mk = 0$

$$x(t) = (C_1 + C_2 t) \exp(\lambda t) \quad \lambda = -d / 2$$

(iii)  $d^2 - 4mk < 0$

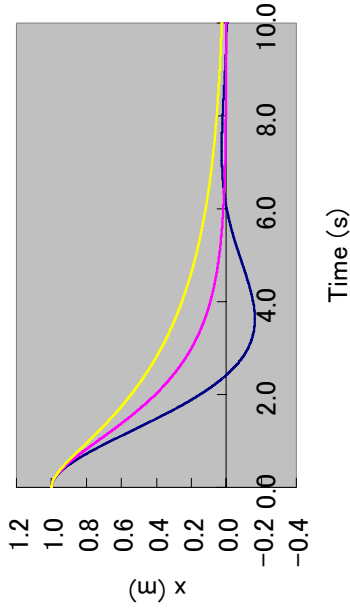
$$x(t) = \exp(\alpha t) (C_1 \sin \beta t + C_2 \cos \beta t)$$

$$\lambda = (-d \pm j\sqrt{d^2 - 4mk}) / 2 = \alpha \pm j\beta$$

2009/10/7

第1回 ガイダンス

29

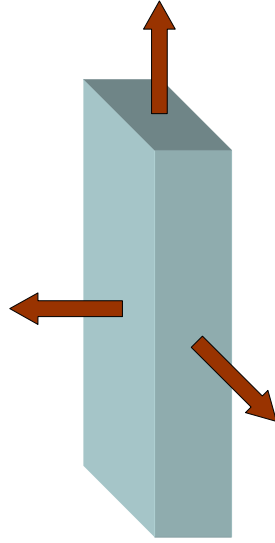


2009/10/7

第1回 ガイダンス

30

## B. 特性を知る



ティッシュの箱を回転させるとどうなる？

2009/10/7

第1回 ガイダンス

31

## 数学モデル

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_1 \\ \lambda_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{J_3 - J_2}{J_1} \omega_A, \quad \lambda_2 = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_A$$

数学モデル（微分方程式）を調べる結果は予想できる

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_1 \\ \lambda_2 & 0 \end{bmatrix} \text{の固有値が重要!}$$

## スピン衛星



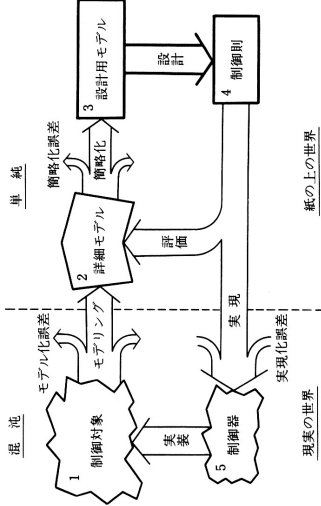
2009/10/7

第1回 ガイダンス

32



### 3. 制御理論を学ぶための基盤を作る



参考文献  
大須賀公一、「制御工学」  
共立出版、p.157

図 8.1 制御系の実現手順

### 本日の授業内容

1. システムダイナミクスとは？
2. システムダイナミクスの学習目標
3. **講義スケジュール**
4. 講義の進め方

### シラバスの確認

<授業の概要>  
システムの解析や設計の際に必要となる数学モデルの作り方と出力応答の計算や、線形システムの性質について講義を行う。

<カリキュラムにおけるこの授業の位置付け>  
「微分方程式(2年前期)」、「運動工学(1年後期)」、「電気回路S(2年前期)」を基礎として、システムの数学モデル導出法とその性質を講義する科目であり、続く「システム制御基礎論(3年前期)」への土台を養う。

<授業項目(授業計画)>  
(1) 微分方程式の復習  
(2) 力学系の数学モデル  
(3) 電気系の数学モデル  
(4) 流体系の数学モデル  
(5) 熱系の数学モデル  
(6) システムのアナロジー  
(7) 静特性と動特性  
(8) 線形性と非線形性  
(9) 線形化  
(10) ラプラス変換の復習  
(11) 伝達関数  
(12) ブロック線図  
(13) ステップ応答  
(14) インパルス応答

<授業の進め方>  
上記項目に関する講義を中心に、適宜、小テストを行う。

## 講義スケジュール（暫定版）

前半	後半
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ガイダンス</li> <li>2. 微分方程式の復習</li> <li>3. 機械系のモデリング</li> <li>4. 電気系のモデリング</li> <li>5. 熱系・流体系のモデリング</li> <li>6. 線形システムと非線形システム</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ラプラス変換の復習</li> <li>2. 伝達関数</li> <li>3. いろいろなシステムとその応答</li> <li>4. プロック線図</li> <li>5. 結合されたシステム</li> </ol>

2009/10/7

第1回 ガイダンス

38

<授業の達成目標（学習・教育目標との関連）>  
この授業は、システム特性を表現する数学モデル（微分方程式、伝達関数）の作り方と出力応答の計算法の修得とともに、線形システムの性質を理解し、システム理論の基礎を養うことを目標とする。（学習・教育目標（B）、（C））

- 具体的には以下の項目を理解させることを目標とする。
- (1) 微分方程式によるシステムの作成方法
  - (2) 線形システムによるシステムの性質
  - (3) 伝達関数による線形システムのモデル化
  - (4) プロック線図によるシステム表現と等価変換
  - (5) ステップ応答とインパルス応答の計算法

<成績評価の基準および評価方法>  
上記の達成目標（1）から（5）を、期末テスト（50%）、小テスト（50%）で評価する。

2009/10/7

第1回 ガイダンス

37

## 講義の進め方

小テスト



講義



アンケート

2009/10/7

第1回 ガイダンス

40

## 本日の授業内容

1. システムダイナミクスとは？
2. システムダイナミクスの学習目標
3. 講義スケジュール
4. **講義の進め方**

2009/10/7

第1回 ガイダンス

39

## 小テスト

### (目的)

理解できているか、力が付いているかを確認する。

### (範囲)

範囲はそれまでに学んだこと。

### (回答時間)

問題の難易度によって変化する。

### (評価)

A：満点

B：プロセスはほぼ正解

C：プロセスが少し正解

D：零点

**最終評価では、  
下位2つの点数を除去する。**

2009/10/7

第1回 ガイダンス

41

## アンケート

- ・ 講義のポイントと質問を箇条書きする。
- ・ 理解度をチェック、講義の参考にする。
- ・ 成績には全く影響しない。

12345678 小林 順  
ポイント

・あいうえおかきくけこさしすせそ  
・たちつてとなにぬねのはひふへほ  
.....

質問

・しつもん  
.....

2009/10/7

第1回 ガイダンス

42

## 期末テスト

応用問題（小テストより難しい）

## 評価方法

小テスト（レポートあるかも）：50%  
期末テスト：50%

2009/10/7

第1回 ガイダンス

43

2009/10/7

第1回 ガイダンス

44

## 参考文献

1. 古田ら、「モデリングとフィードバック制御」、東京電機大学出版
2. 鈴木ら、「動的システム論」、コロナ社
3. 須田、「システムダイナミクス」、コロナ社
4. 大須賀、「制御工学」、共立出版
5. D. バージェス、「微分方程式で数学モデルを作ろう」、日本評論社
6. 野崎、「道具としての微分方程式」、日本実業出版社
7. 示村、「自動制御とは何か」、コロナ社
8. 木村、「制御工学の考え方」、講談社