

問 1 :
図に示すバネ-マス-ダンパ系の
伝達関数を求めよ。ただし、

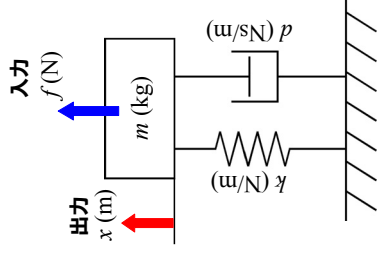
$$m = 1\text{kg}, d = 0\text{Ns/m},$$

$$k = 4\text{N/m}$$

とする。

問 2 :
問 1 で求めた伝達関数を用いて、
インパルス応答を求めよ。

問 3 :
問 1 で求めた伝達関数を用いて、
ステップ応答を求めよ。



問 3 :
ステップ応答なので $F(s) = 1/s$
として $X(s)$ を求め、部分分
展開すると、次式が得られる。

$$X(s) = \frac{1}{s^2 + 4s} = \frac{1}{s(s+4)}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4} \right)$$

これをラプラス逆変換すると、
次式のとおりステップ応答が
得られる。

$$x(t) = \frac{1}{4} \{1 - \cos(2t)\}$$

問 1 :

図のバネ-マス-ダンパ系の
運動方程式は次式となる。

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 4x(t) = f(t)$$

この運動方程式を、初期値は
すべて 0 でラプラス変換し、
以下のように整理すると、
図のバネ-マス-ダンパ系の
伝達関数が得られる。

$$s^2 X(s) + 4X(s) = F(s)$$

$$(s^2 + 4)X(s) = F(s)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 4}$$

問 2 :

インパルス応答なので $F(s) = 1$
として $X(s)$ を求めると、次式が
得られる。

$$X(s) = \frac{1}{s^2 + 4} = \frac{1}{s^2 + 2^2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{s^2 + 2^2}$$

これをラプラス逆変換すると、
次式のとおりインパルス応答が
得られる。

$$x(t) = \frac{1}{2} \sin(2t)$$