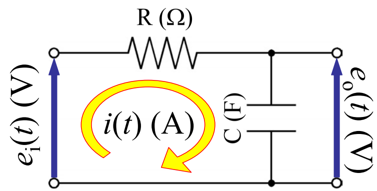
問題１：
下図のＲＣ回路において、入力電圧 $e_i(t)$ と初期出力電圧 $e_o(0)$ が次式で与えられるとする。この時の出力電圧 $e_o(t)$を求めよ。ただし、$\mathrm{R} = 40\mathrm{k}\Omega$、$\mathrm{C} = 5\mu\mathrm{F}$ とする。

入力電圧：

$$e_i(t) = \begin{cases} 0V & (t<0) \\ 2V & (t \ge 0) \end{cases}$$

初期出力電圧：

$$e_o(0) = 0V$$



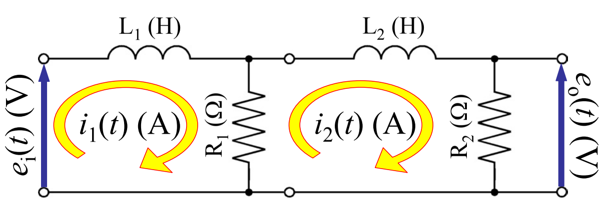
答え：

$$e_o(t) = 2\cdot\left\{1-\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right\}$$
$$= 2\cdot\{1-\exp(-5t)\}$$

$$RC = 40k \times 5\mu$$
$$= 40\times10^3 \times 5\times10^{-6} = 2\times10^{-1}$$
$$\frac{1}{RC} = \frac{1}{2\times10^{-1}} = 5$$

（解法は、講義資料の例題を参考にしてください。）

問題２：
キルヒホッフの法則を用いて、下図のＲＬ回路のダイナミクスを表す微分方程式を導出せよ。



キルヒホッフの電圧の法則より、

$$L_1\frac{di_1(t)}{dt} + R_1(i_1(t)-i_2(t)) = e_i(t) \quad ・・・（１）$$
$$L_2\frac{di_2(t)}{dt} + R_2 i_2(t) + R_1(i_2(t)-i_1(t)) = 0 \quad ・・・（２）$$
$$e_o(t) = R_2 i_2(t) \quad ・・・（３）$$

式（３）より、

$$i_2(t) = \frac{1}{R_2}e_o(t) \quad ・・・（４） \qquad \frac{di_2(t)}{dt} = \frac{1}{R_2}\frac{de_o(t)}{dt} \quad ・・・（５）$$

式（４）と式（５）を式（２）に代入すると、

$$\frac{L_2}{R_2}\frac{de_o(t)}{dt} + e_o(t) + R_1\left(\frac{1}{R_2}e_o(t) - i_1(t)\right) = 0$$
$$i_1(t) = \frac{L_2}{R_1R_2}\frac{de_o(t)}{dt} + \frac{R_1+R_2}{R_1R_2}e_o(t) \quad ・・・（６）$$

式（６）の両辺を微分すると、

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{L_2}{R_1 R_2}\frac{d^2 e_o(t)}{dt^2} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\frac{de_o(t)}{dt} \qquad ・・・（７）$$

式（４）、（６）、（７）を式（１）に代入すると、

$$\frac{L_1 L_2}{R_1 R_2}\frac{d^2 e_o(t)}{dt^2} + \frac{R_1 L_1 + R_1 L_2 + R_2 L_1}{R_1 R_2}\frac{de_o(t)}{dt} + e_o(t) = e_i(t)$$