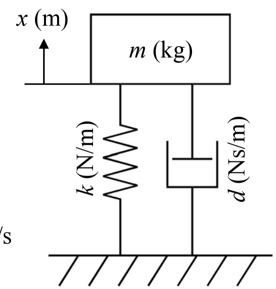
問題１：
図に示すバネーマスーダンパ系の運動方程式を示せ。
また、その運動方程式を解き、マスの変位 $x(t)$ を求めよ。
ただし、物理パラメータと初期条件は、以下のように設定せよ。

質量　$m = 2.0$ kg

バネ定数　$k = 6.0$ N/m

ダンパ定数　$d = 8.0$ Ns/m

$x(0) = 0.2$ m、$dx(0)/dt = 0.0$ m/s



ニュートンの運動方程式から、図のバネーマスーダンパ系の運動方程式は、次式となる。

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -kx(t) - d\frac{dx(t)}{dt} \quad ・・・（１）$$

与えられた物理パラメータを式（１）に代入し、整理すると、

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 4\frac{dx(t)}{dt} + 3x(t) = 0 \quad ・・・（２）$$

式（２）の微分方程式の特性方程式は、

$$\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0 \quad ・・・（３）$$

となり、この方程式の解は、　$\lambda = -1, -3$　である。

したがって、式（２）の微分方程式の解は、

$$x(t) = A\cdot\exp(-t) + B\cdot\exp(-3t) \quad ・・・（４）$$

ただし、AとBは任意定数である。

式（４）を微分すると、

$$\frac{dx(t)}{dt} = -A\cdot\exp(-t) - 3B\cdot\exp(-3t) \quad ・・・（５）$$

初期条件 $x(0) = 0.2$ m と $dx(0)/dt = 0.0$ m/s を式（４）と式（５）に代入すると、

$$x(0) = A + B = 0.2 \quad ・・・（６）$$

$$\frac{dx(0)}{dt} = -A - 3B = 0.0 \quad ・・・（７）$$

式（６）と式（７）から、$A = 0.3,\ B = -0.1$

AとBを式（４）に代入すると、変位 $x(t)$ が次式のように得られる。

$$x(t) = 0.3\cdot\exp(-t) - 0.1\cdot\exp(-3t)$$